

### **Welches Gefäß läuft zuerst leer?**

Eine Übung zur Integration

Wir betrachten eine bis zum Rand mit Wasser gefüllte Halbkugel vom Radius  $r$ . Daneben stehen ebenfalls bis zum Rand gefüllte Gefäße, und zwar

- a) ein Zylinder vom Radius  $r$ ,
- b) ein auf der Spitze stehender gerader Kreiskegel mit Öffnungswinkel  $90^\circ$  und
- c) ein ebensolcher Kreiskegel, der aber auf seiner Grundfläche steht.

#### **1. Wie hoch sind die beschriebenen Gefäße, wenn alle die gleiche Wassermenge enthalten?**

An den Gefäßen werden Öffnungen so angebracht, dass die Ausflussgeschwindigkeit<sup>a</sup>  $v$  des Wassers nur noch von der Höhe  $y$  der Wassersäule abhängt; in allen Gefäßen sei also  $v = a\sqrt{y}$  mit ein und derselben Konstanten  $a$ .

#### **2. In welcher Reihenfolge laufen die Gefäße leer?**

---

<sup>a</sup>Die Ausflussgeschwindigkeit hängt i.a. von der Größe und Form der Öffnung, von der Form des Gefäßes, von der Viskosität der Flüssigkeit und von der Höhe  $y$  des Flüssigkeitsspiegels ab. Bis auf die letzte Abhängigkeit seien alle anderen durch Form und Größe der Ausflussöffnung so berücksichtigt, dass sie in einer Konstanten  $a$  zusammengefasst werden können.